الفصل الثاني
طبيعة البيانات والرموز الإحصائية

(٢ : ١) طبيعة البيانات الاحصائية :

عند جمع بيانات حول ظاهرة ما فإننا نرمز للظاهرة بالرمز (y) وكل مفردة او مشاهدة منها نرمز لها بالرمز (y_i) . فمثلا عند دراسة اطوال الطلبة في احدى الجامعات فإننا نرمز لصفة الطول بالرمز (y) وطول اي طالب بالرمز (y_i) (وتسمى المشاهدة او المفردة (Observation)

هذا وان قيمة y_i قد تختلف من طالب الى آخر ولهذا نقول بأن y متغير « Variable ».

تعريف (٢ : ١) :

المتغير هو اي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ويرمز له بالرمز y (أو أي رمز آخر مثل x أو z .....).

والمتغيرات Variables تنقسم الى :

(١) متغيرات وصفية او نوعية (Qualitative variables)

وهي تلك الظواهر او الصفات التي لايمكن قياسها مباشرة بالارقام العددية مثل صفة لون العيون (ازرق ، اسود ، بني) والحالة الاجتماعية (غني ، متوسط الحال ، فقير) والجنس (ذكر ، انثى) .... الخ .

(٢) متغيرات كمية (Quantitative variables)

وهي تلك الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بأرقام عددية مثل : صفة الطول والوزن والعمر وكمية المحصول ..... الخ .

هذا وتنقسم المتغيرات الكمية الى قسمين هما :

(أ) متغيرات مستمرة (او متصلة) (Continuous variables)

فالمتغير المستمر هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة او المفردة فيه اية قيمة رقمية في مدى معين. فلو فرضنا بأن اطوال طلبة جامعة ما تتراوح بين١٣٠,٥ و ١٧٠ سم فنقول بأن :

$$(130{\cdot}5 \leq y \leq 170{\cdot}0)$$

اى ان المتغير y ممكن ان يأخذ اية قيمة بين ١٣٠,٥ سم و ١٧٠ سم .

وكأمثلة اخرى على المتغيرات المستمرة هي : الوزن وكمية المحصول ودرجة الحرارة والزمن ... لانه يمكن قياسها بأجزاء صغيرة جدا وتأخذ اية قيمة تقع في حدود معينة .

* وبصورة عامة فان كل البيانات التي تقاس (Measurements) تعتبر بيانات لمتغير مستمر .

(ب) متغيرات غير مستمرة (او منفصلة) (Discrete variables)

المتغير المنفصل هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة او المفردة فيه قيماً متباعدة او متقطعة غير مستمرة .

فلو فرضنا ان عدد افراد الاسرة في اربع عوائل هي : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ فنقول بأن :

$$y = 2, 3, 4, 5 .$$

كذلك عند رمي زهر النرد (زار الطاولة) نجد ان النتيجة تكون ظهور الوجه ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ فنقول بأن

$$y = 1,2,3,4,5,6.$$

وكأمثلة اخرى على المتغيرات غير المستمرة او المنفصلة هي : عدد الثمار على النباتات او عدد الوحدات الانتاجية في مصنع ما او عدد الطلبة في الصفوف الاولى لجامعة ما .. فهي في الغالب تكون اعدادا صحيحة .

* وبصورة عامة فان كل البيانات التي نحصل عليها من العد (Countings) تعتبر بيانات لمتغير منفصل .

(٢:٢) المجتمع والعينة Population and sample

(١) المجتمع Population

تعريف (٢:٢) :

المجتمع عبارة عن جميع القيم او المفردات التي يمكن ان ياخذها المتغير

فمثلا اذا كانت دراستنا متعلقة بأطوال طلبة جامعة ما فان المجتمع في هذه الحالة هو اطوال جميع الطلبة في تلك الجامعة .

والمجتمع اما ان يكون :

(أ) مجتمعاً محدودا (Finite population) :

أي ممكن حصر عدد مفرداته كما هو الحال في اطوال طلبة جامعة الموصل مثلا ، او عدد الوحدات الانتاجية في مصنع ما في يوم معين .

(ب) مجتمعاً غير محدود.(Infinite population)

وهو المجتمع الذي من الصعب او المستحيل حصر عدد مفرداته مثل : مجتمع نوع سمك معين في نهر دجلة وعدد البكتريا في حقل ما.

(٢) العينة (Sample)

> تعريف (٢ : ٣) :
>
> العينة جزء من المجتمع.

فالعينة عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع .

ان دراسة المجتمع ككل قد يكون صعباً او يحتاج الى وقت وجهد ومال، لذا فقد استعيض عن دراسة المجتمع بدراسة العينة وصفاتها ومنها نستطيع ان نستنتج خواص المجتمع الاصلي الذي اخذت منه هذه العينة .

(٢ : ٣) الرموز الاحصائية Statistical notations

سوف نستعمل الرموز ، والمعادلات اللاتينية كما هي بدون تعريب وذلك لكونها رموزاً عالمية من جهة ولسهولة الاستفادة والاستنارة بالمراجع الاجنبية ولعدم وجود اتفاق تام في الوقت الحاضر على تعريبها من جهة اخرى .

وكما ذكرنا سابقا سنرمز للمتغير بالرمز y ولكل قيمة له بالرمز y_i

فلو كانت أعمار ٥ طلاب كالآتي : 20, 18, 24, 22, 16 سنة فنكتب

$y_i = 20, 18, 24, 22, 16$

أي ان $y_1 = 20$ أي القيمة الاولى للمتغير أو المشاهدة الاولى.

و $y_2 = 18$ أي القيمة الثانية للمتغير أو المشاهدة الثانية.

وهكذا ... الى:

$y_n = 16$ أي القيمة الأخيرة $(n=5)$ للمتغير أو المشاهدة الأخيرة .

ويرمز عادة لمجموع قيم المتغير بالرمز

$$\sum_{i=1}^{n} y_i$$

فالرمز $\sum$ هو حرف اغريقي يسمى (Sigma) أي مجموع الـ ... أو "Summation of" والرقمان 1 و n هما حدا المجموع .

وعليه فالرمز $\sum_{i=1}^{n} y_i$ يقرأ كالآتي :

مجموع قيم y مبتدأ من المشاهدة الاولى وحتى الأخيرة أي :

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} y_i = y_1 + y_2 + \ldots + y_n$$

وللاختصار والسهولة قد يكتب الرمز السابق بدون ذكر حدي المجموع أي ($\sum y_i$) فقط اذا لم يكن هناك خوف من الالتباس .

وهناك مجموع جزئي مثل $\sum_{i=3}^{5} y_i$

أي مجموع المشاهدة الثالثة والرابعة والخامسة :

$$\sum_{i=3}^{5} y_i = y_3 + y_4 + y_5$$

ويرمز لمجموع مربعات جميع المشاهدات بالرمز $\sum_{i=1}^{n} y_i^2$ ويساوي :

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2$$

ويرمز لمربع مجموع المشاهدات بالرمز $\left(\sum_{i=1}^{n} y_i \right)^2$

$$(\sum y_i)^2 = (y_1 + y_2 + \ldots + y_n)^2$$

كما يرمز لمجموع حاصل ضرب قيم متغيرين x و y بالرمز $\sum x_i y_i$

$$\sum x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n$$

الحـل : نتبع الخطوات التالية :

(أ) استخراج المدى (او مدى المتغير) The Range

المدى = (أعلى قيمة – أقل قيمة)

فأطول نبات = ٩٩ سم بينما أقصر نبات = ٣٥ سم .

لذا فالمدى = ٩٩ – ٣٥ = ٦٤ سم

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات Number of classes .

هناك عدة طرق حسابية تقريبية لإيجاد عدد الفئات أهمها :

طريقة سترجس Sturges

عدد الفئات = ١ + (٣.٣ × لوغارتم عدد المفردات)

وطريقة يول Yule

عد الفئات = ٢.٥ × $\sqrt[4]{\text{عدد المفردات}}$

ولكل من الطريقتين ميزات وعيوب ولن نستعمل أيا منها هنا بل إننا سنختار عدد الفئات اختيارا على ان لا تقل عن خمسة ولاتزيد عن خمسة عشر فئة وذلك تبعا لطبيعة البيانات وعدد مفرداتها ومدى التغير فيها .

ولنفرض إننا اخترنا ٧ فئات .

(جـ) إيجاد طول الفئة : Class length

يجب أن لا يقل طول الفئة عـن : $\frac{\text{مدى التغيـر}}{\text{عدد الفئات}}$ مقربة الى اقرب عدد صحيح اكبر

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{مـدى التغير}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٦٤}{٧} = ٩\frac{١}{٧}$$

لذا يستحسن ان يكون طول الفئة = ١٠

وكما ذكرنا يستحسن ان تكون أطوال الفئات متساوية

(د) كتابة حدود الفئات Class limits

يجب كتابة حدود الفئات بحيث ان جميع قيم المتغير تقع بين الحد الأدنى للفئة الاولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة .

ويستحسن أن نبدأ بكتابة الحد الأدنى للفئة الأولى بقيمة أصغر مفردة أو أقل من ذلك بقليل وتنتهي بالحد الأعلى للفئة الأخيرة بقيمة أكبر مفردة أو أكثر من ذلك بقليـل .

فمثلاً اصغر قيمة من قيم أطوال نباتات القطن هي ٣٥ لذا فمن الممكن أن يكون الرقم ٣١ يمثل الحد الأدنى للفئة الأولى . وبما أن طول الفئة هو ١٠ لذا فإن حدي الفئة الأولى هما ٣١–٤٠ والفئة الثانية تبدأ من ٤١–٥٠ بينما الفئة السابعة (الأخيرة) هي ٩١–١٠٠ . لاحظ بأن الحد الأدنى للفئة الأولى (٣١) والحد الأعلى للفئة الأخيرة (١٠٠) تحوي على كافة قيم المتغير .

● استخراج عدد التكرارات لكل فئة Class frequency

ويتم ذلك بتسجيل القيم الأصلية واحدة بعد الأخرى في الفئة الخاصة به على شكل اشارات أو علامات أولاً ثم ترجمتها الى أرقام كما مبين في جدول (٣:٦) أدناه :

جدول (٣:٦) جدول توزيع تكراري لاطوال نباتات القطن

الفئات	التكرار (بالعلامات)	التكرار رقما
٣١–٤٠	|	١
٤١–٥٠	||	٢
٥١–٦٠	||||	٥
٦١–٧٠	|||| |||| ||||	١٥
٧١–٨٠	|||| |||| |||| |||| ||||	٢٥
٨١–٩٠	|||| |||| |||| ||||	٢٠
٩١–١٠٠	|||| |||| ||	١٢
المجموع		٨٠

هذا ويجب التأكد بأن المجموع الكلي للتكرارات يجب أن تساوي للعدد الكلي لقيم المتغير

لاحظ انه في المثال السابق كانت اطوال الفئات متساوية وأرقام صحيحة . والان سنأخذ مثالاً آخراً فيه اطوال الفئات متساوية ولكنها ارقام ذات كسور .

مثـال (٢) : القيم التالية تمثل كمية المحصول (طن / هكتار) لخلطة المكسيباك في اربعين مزرعة مقدرة بالاطنان ومقربة الى أقرب رقم عشري واحد .

جدول (٣ : ٧) كمية المحصول (طن / هكتار) لحنطة المكسيباك في أربعين مزرعة

٢,٦	٢,٢	٤,١	٣,٥	٢,٠	٣,٢	٣,٧	٣,٠	
٣,٧	٣,٤	١,٦	٣,١	٣,٣	٣,٨	٣,١	٢,٤	
٣,١	٢,٥	٤,٣	٣,٤	٣,٦	٢,٩	٣,٣	٣,٩	
٣,٤	٣,٣	٣,١	٣,٧	٤,٤	٣,٢	٤,١	١,٩	
٣,٥	٢,٣	٣,٨	٣,٢	٢,٦	٣,٩	٣,٠	٤,٢	

(أ) استخرج المدى :

المدى = أعلى قيمة – أقل قيمة

= ٤,٤ – ١,٦ = ٢,٨ طن

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات :

سنختار عدد الفئات هنا ٦ فئات

(جـ) ايجاد طول الفئة :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

$$\text{طول الفئة} = \frac{٢,٨}{٦}$$

= ٠,٤٦٧

لذايستحسن ان تكون طول الفئة ٠,٥

(د) كتابة حدود الفئات :

بما أن أقل قيمة للمتغير = ١,٦ لذا فسنبدأ بكتابة الحد الأدنى للفئة الأولى ١,٥ . وبما أن طول الفئة ٠,٥ لذا فالفئة الأولى ستكون (١,٥ – ١,٩) والثانية (٢,٠ – ٢,٤) وهكذا الى أن تصل الفئة الأخيرة وهي (٤,٠ – ٤,٤) .

(هـ) استخراج عدد التكرارات لكل فئة : نسجل عدد المشاهدات أو المفردات التابعة لكل فئة .

ويجب التأكد بأن مجموع التكرارات الكلي مساوية للعدد الكلي لقيم المتغير وجدول

(٣:٨) يبين التوزيع التكراري لكمية المحصول لحنطة المكسيك اضافة الى الحدود الحقيقية ومراكز الفئات .

جدول (٣:٨) جدول التوزيع التكراري لكمية المحصول لحنطة المكسيك

تسلسل الفئات	حدود الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	مركز الفئة	التكرار
١	١,٩-١,٥	١,٩٥-١,٤٥	١,٧	٢
٢	٢,٤-٢,٠	٢,٤٥-١,٩٥	٢,٢	٤
٣	٢,٩-٢,٥	٢,٩٥-٢,٤٥	٢,٧	٤
٤	٣,٤-٣,٠	٣,٤٥-٢,٩٥	٣,٢	١٥
٥	٣,٩-٣,٥	٣,٩٥-٣,٤٥	٣,٧	١٠
٦	٤,٤-٤,٠	٤,٤٥-٣,٩٥	٤,٢	٥
	المجموع			٤٠

ملاحظة : اذا كانت أعداد قيم المتغير قليلة (أي اذا كان حجم العينة صغير) فليس من الضروري عمل جدول توزيع تكراري لها .
وبالرغم من أن حجم العينة في كلا المثالين صغيراً فالغاية من عمل جدول توزيع تكراري هنا هو فقط لتوضيح وتبسيط كيفية أنشاء جدول التوزيع التكراري بأستخدام أرقام بسيطة وقليلة .

(٣:٣) جدول التوزيع التكراري النسبي Relative Frequency Distribution

وهو جدول يبين الأهمية النسبية لكل فئة . ويحسب التكرار النسبي لكل فئة بالطريقة التالية :

$$\text{التكرار النسبي لأي فئة} = \frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

$$= \frac{f_i}{\sum f_i}$$

ومن جدول (٣ : ٤) فإن :

$$\text{التكرار النسبي للفئة الرابعة} = \frac{\text{تكرار الفئة الرابعة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

$$= \frac{١٥}{٨٠} = ٠.١٨٧٥$$

وعادة يوضع التكرار النسبي كنسبة مئوية وذلك بضرب كل تكرار نسبي × ١٠٠ كما مبين في جدول (٣ : ٩)

جدول (٣ : ٩) جدول التوزيع التكراري النسبي والمئوي لاطوال نباتات القطن

الفئات	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٤٠–٣١	١	٠.٠١٢٥	١.٢٥
٥٠–٤١	٢	٠.٠٢٥٠	٢.٥٠
٦٠– ٥١	٥	٠.٠٦٢٥	٦.٢٥
٧٠–٦١	١٥	٠.١٨٧٥	١٨.٧٥
٨٠–٧١	٢٥	٠.٣١٢٥	٣١.٢٥
٩٠–٨١	٢٠	٠.٢٥٠٠	٢٥.٠٠
١٠٠–٩١	١٢	٠.١٥٠٠	١٥.٠٠
المجموع	٨٠	١.٠٠٠٠	١٠٠.٠٠

(٣ : ٤) التوزيعات المتجمعة Cumulative Distribution

ان جدول التوزيع التكراري العادي الذي سبق شرحه يبين توزيع قيم المتغير على الفئات المختلفة . ولكن في بعض الأحيان قد يكون هناك حاجة الى معرفة عدد القيم أو المفردات التي تقل أو تزيد عن قيمة معينة . والجداول التي تحوي على مثل هذه المعلومات تدعى بالجداول التكرارية المتجمعة .

وهناك نوعان من هذه الجداول .

(١) جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي Less than cumulative distribution

وهو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة.

وسنرمز للتكرار المتجمع لأي فئة بـ F_i وجدول التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي يتكون من عمودين :

العمود الأول : نكتب فيه حدود الفئات كما موضح في جدول (٣ : ١٠)

العمود الثاني : نكتب فيه التكرار التجميعي التصاعدي بالشكل التالي :

تكرار ماقبل الفئة الأولى $= F_0 =$ صفر

تكرار الفئة الأولى $= f_1 = F_1$

تكرار الفئة الثانية $= f_1 + f_2 = F_2$

تكرار الفئة الثالثة $= f_1 + f_2 + f_3 = F_3$

وهكذا بحيث أن التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الأخيرة $= F_n = \sum f_i$

جدول (٣ : ١٠) التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي لاطوال نباتات القطن

حدود الفئات	التكرار التجميعي التصاعدي
أقل من ٣١	٠
أقل من ٤١	١
أقل من ٥١	٣
أقل من ٦١	٨
أقل من ٧١	٢٣
أقل من ٨١	٤٨
أقل من ٩١	٦٨
أقل من ١٠١	٨٠

(٢) جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي

"More than" Cumulation distribution

وهو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة. وهذا الجدول ايضاً يتألف من عمودين :

العمود الأول : تكتب فيه حدود الفئات

العمود الثاني : تكتب فيه التكرارات التجميعية التنازلية بالطريقة التالية :

تكرار الفئة الاول : $= F_1 = \sum f_i$

تكرار الفئة الثانية $= F_2$ = مجموع التكرارات – تكرار الفئة الاولى

أي :

$$F_2 = \sum f_i - f_1 = F_1 - f_1$$

تكرار الفئة الثالثة $= F_3$

$$F_3 = \sum f_i - f_1 - f_2$$

$$= F_2 - f_2$$

وهكذا كما مبين في جدول (٣:١١)

جدول (٣:١١) التوزيع التكراري التجميعي التنازلي لاطوال نباتات القطن

حدود الفئات	التكرار التجميعي التنازلي
٣١ فأكثر	٨٠
٤١ فأكثر	٧٩
٥١ فأكثر	٧٧
٦١ فأكثر	٧٢
٧١ فأكثر	٥٧
٨١ فأكثر	٣٢
٩١ فأكثر	١٢
١٠١ فأكثر	٠

هذا واحياناًيعبر عن التكرار التجميعي التصاعدي أو التنازلي بشكل تكرار تجميعي نسبي

اومئوي . وفي هذه الحالة فان التكرار التجميعي النسبي لأي فئة $=$ التكرار التجميعي لتلك الفئة / المجموع الكلي

$$= \frac{F_i}{\sum f_i}$$

أما التكرار التجميعي المئوي = التكرار التجميعي النسبي × ١٠٠

(٣:٥) أمثلة محلولة

مثال (٢) الجدول التالي يبين التوزيع التكراري للرواتب الشهرية مقدرة بالدينار لـ(٦٥) موظفا في احدى الشركات :

فئات الأجور	التكرار (عدد المستخدمين)
٥٠ – ٥٩	٨
٦٠ – ٦٩	١٠
٧٠ – ٧٩	١٦
٨٠ – ٨٩	١٤
٩٠ – ٩٩	١٠
١٠٠ – ١٠٩	٥
١١٠ – ١١٩	٢
المجمـــوع	٦٥

والمطلوب إيجاد قيمة كل مما يلي :

(أ) الحد الأدنى للفئة السادسة ؟

الحـل = ١٠٠

(ب) الحد الاعلى للفئة الرابعة

الحـل : ٨٩

(ج) مركز الفئة الخامسة

الحـل : $\frac{٩٠ + ٩٩}{٢} = ٩٤,٥$

(د) طول الفئة الخامسة

الحـل : طول الفئة الخامسة = الحد الأعلى للفئة الخامسة – الحد الأدنى للفئة الخامسة+١

=٩٩-٩٠+١=١٠

الفصل الثالث

العرض الجدولي والتمثيل البياني

(٣ : ١) مقدمة

عند جمع البيانات الاولية (Raw data) الخاصة بدراسة ظاهرة ما فإنه عادة لايمكن الاستفادة منها وهي بهذه الصورة . لذلك فغالبا ما توضع في جداول مبسطة او يعبر عنها في صورة اشكال ورسوم بيانية لكي يسهل دراستها وتحليلها .

(٣ : ١) العرض الجدولي : Tabular presentation

هناك نوعان رئيسيان من الجداول الاحصائية وهما :

(١) الجدول البسيط : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة . ويتألف عادة من عمودين : الاول يمثل تقسيمات الصفة او الظاهرة الى فئات او مجموعات والثاني يبين عدد المفردات التابعة لكل فئة او مجموعة مثل جدول (٣ : ١) و (٣ : ٢) .

جدول (٣ : ١) . جدول توزيع عدد من طلبة جامعة ما حسب اوزانهم (بالكيلوغرامات)

فئات الوزن (كغم)	عـدد الطلبـة
٦٠ – ٦٢	٥
٦٣ – ٦٥	١٥
٦٦ – ٦٨	٤٥
٦٩ – ٧١	٢٧
٧٢ – ٧٤	٨
المجـموع	١٠٠

جدول (٣:٢) جدول توزيع اعضاء البعثات الموفدين الى الخارج حسب مواد الدراسة لسنة ١٩٧١/١٩٧٠

موضوع البعثة	عدد الطلبة
علوم اساسية	٢٥
علوم زراعية	٥٠
علوم بيطرية	٢٠
هلوم هندسية	٧٥
علوم طبية	٥٠
علوم اجتماعية	٣٠
المجموع	٢٥٠

(٢) الجدول المركب : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين أو ظاهرتين أو أكثر في نفس الوقت .

فمثلاً الجدول المزدوج (لصفتين) يتألف من :

الصفوف : وتمثل فئات أو مجاميع احدى الصفتين ،

والاعمدة : وتمثل فئات أو مجاميع الصفة الاخرى .

اما المربعات التي تقابل الصفوف والاعمدة فتحتوي على عدد المفردات أو التكرارات المشتركة في فئات ومجاميع كلا الصفتين مثل جدول (٣:٣).

جدول (٣:٣) جدول توزيع عدد من طلبة كلية ما حسب صفتي الطول والوزن

الوزن (كغم) / الطول (سم)	٥١–٦٠	٦١–٧٠	٧١–٨٠	المجمـــوع
١٢١ – ١٤٠	٢٠	٦	٤	٣٠
١٤١ – ١٦٠	٢	٤٠	١٠	٥٢
١٦١ – ١٨٠	٢	٦	١٠	١٨
المجموع	٢٤	٥٢	٢٤	١٠٠

هذا وسنشرح الآن بالتفصيل كيفية انشاء او تكوين جدول من الجداول البسيطة كثير الاستعمال يدعى بجدول التوزيع التكراري Frequence Table. .

(٣:٢) جدول التوزيع التكراري

Frequency Distribution or Frequency Table

تعريف (٣:١)

جدول التوزيع التكراري : هو جدول بسيط يتكون من عمودين :

الاول : وتقسم فيه قيم المتغير الى اقسام او مجموعات تدعى بالفئات (Classes)

والثاني : يبين مفردات كل فئة ويسمى بالتكرار Frequency

كما في جدول (٣:٤)

جدول (٣ : ٤) جدول توزيع تكراري لاطوال ٨٠ نباتا من القطن (بالسنتمترات)

فئات الطول	التكرار (عدد النباتات)
٣١ – ٤٠	١
٤١ – ٥٠	٢
٥١ – ٦٠	٥
٦١ – ٧٠	١٥
٧١ – ٨٠	٢٥
٨١ – ٩٠	٢٠
٩١ – ١٠٠	١٢
المجموع	٨٠

(١) بعض التعاريف المهمة :

البيانات غير المبوبة : Ungrouped data

وهي البيانات الاولية او الاصلية (Raw data) التي جمعت ولم تبوب .

البيانات المبوبة : Grouped date

وهي البيانات التي بوبت ونظمت في جدول توزيع تكراري .

الفئات : Classes

وهي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير . وكل فئة تأخذ مدى معين من قيم المتغير . فجدول (٣ : ٤) يحوي على سبع فئات .

حدود الفئات : Class limits

لكل فئة حدان . حد أدنى Lower class limit وحد أعلى Upper class limit

الحدود الحقيقية للفئات : Class boundaries or True class limits

لكل فئة حدان حقيقيان حد أدنى حقيقي Lower class boundary وحد أعلى حقيقي

طول الفئة : Class length or class width

وهو مقدار المدى بين حدي الفئة هذا ويستحسن ان تكون اطوال الفئات متساوية

لتسهيل العمليات الحسابية . وسنرمز لطول الفئة بالرمز (c)

مركز الفئة : Class mark or class mid-point

لكل فئة مركز وسنرمز له بـ y_i (وهو عبارة عن منتصف المدى بين حدي الفئة .

تكرار الفئة : Class frequency

وهي عدد المفردات أو القيم التي تقع في مدى تلك الفئة وسنرمز لها بـ fi

هذا ومجموع التكرارات يجب ان يكون دائما مساويا للعدد الكلي لقيم الظاهرة .

هذا وجدول (٣ : ٥) يوضح ماسبق شرحه بالتفصيل :

جدول (٣:٥) جدول توزيع تكراري لاطول نباتات القطن مبينا فيه الحدود الحقيقية ومراكز الفئات

تسلسل الفئات	الفئات Classes.	الحدود الحقيقية للفئات Class boundaries	مركز الفئة yi Class mark	التكرار fi Frequency
١	٤٠-٣١	٤٠.٥-٣٠,٥	٣٥.٥	١
٢	٥٠-٤١	٥٠.٥-٤٠,٥	٤٥.٥	٢
٣	٦٠-٥١	٦٠.٥-٥٠,٥	٥٥.٥	٥
٤	٧٠-٦١	٧٠.٥-٦٠,٥	٦٥.٥	١٥
٥	٨٠-٧١	٨٠,٥-٧٠,٥	٧٥,٥	٢٥
٦	٩٠-٨١	٩٠,٥-٨٠,٥	٨٥.٥	٢٠
٧	١٠٠-٩١	١٠٠,٥-٩٠,٥	٩٥.٥	١٢
	المجموع			٨٠

خذ مثلا الفئة الرابعة = (٦١–٧٠) :

فالحد الأدنى للفئة الرابعـة = ٦١

والحد الأعلى للفئة الرابعـة = ٧٠

وطول الفئة الرابعة : يمكن حساب طول الفئة من جدول التوزيع التكراري باحدى الطرق التاليـة :

الطريقة الاولى (عندما تكون حدود الفئات اعدادا صحيحة فقط)

(أ) طول الفئة = الحد الأعلى–الحد الأدنى + ١

= ٧٠ – ٦١ + ١ = ١٠

الطريقة الثانية

(ب) طول الفئة = الحد الحقيقي الأعلى – الحد الحقيقي الأدنى لتلك الفئة

= ٧٠,٥ – ٦٠,٥ = ١٠

الطريقة الثالثة :

(ج) طول الفئة = الفرق بين الحدين الأدنى (أو الحدين الاعلى) لفئتين متتاليتين

الفرق بين الحدين الادنى = ٧١–٦١ = ١٠

الفرق بين الحدين الاعلى = ٨٠–٧٠ = ١٠

الطريقة الرابعة:

(د) طول الفئة = الفرق بين الحدين الحقيقيين الأدنى (أو الاعلى) لفئتين متتاليتين .

= ٧٠,٥–٦٠,٥ = ١٠

= ٨٠,٥–٧٠,٥ = ١٠

الطريقة الخامسة :

(هـ) طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

= ٧٥,٥–٦٥,٥ = ١٠

الحدود الحقيقية يمكن حساب الحدود الحقيقية لأي فئة باحدى الطرق التالية :

الطريقة الاولى :

(١) الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة – $\frac{١}{٢}$ (طول تلك الفئة)

فالحد الادنى الحقيقي للفئة الرابعة = مركز الفئة الرابعة – $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة الرابعة)

= ٦٥,٥ – $\frac{١}{٢}$ (١٠)

= ٦٠,٥

أما الحد الأعلى الحقيقي = مركز الفئة + $\frac{1}{2}$ (طول الفئة)

فالحد الحقيقي للفئة الرابعة = ٦٥,٥ + $\frac{1}{2}$ (١٠)

= ٧٠,٥

الطريقة الثانية :

الحد الادنى الحقيقي لأي فئة = $\frac{\text{الحد الادنى لتلك الفئة + الحد الأعلى للفئة السابقة}}{2}$

فالحد الأدنى الحقيقي للفئة الرابعة = $\frac{٦١ + ٦٠}{2}$ = ٦٠,٥

الحد الاعلى الحقيقي لأي فئة = $\frac{\text{الحد الأعلى لتلك الفئة + الحد الأدنى للفئة التي تليها}}{2}$

فالحد الأعلى الحقيقي للفئة الرابعة = $\frac{٧١ + ٧٠}{2}$ = ٧٠,٥

ملاحظة : اذا كانت حدود الفئات اعداد صحيحة فان :

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = الحد الأدنى لتلك الفئة − ٠,٥

والحد الحقيقي لأي فئة = الحد الأعلى لتلك الفئة + ٠,٥

مركز الفئة : وتحسب بأحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الاولى:

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{2}$

فمركز الفئة الرابعة = $\frac{٧٠ + ٦١}{2}$ = ٦٥,٥

الطريقة الثانية :

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى الحقيقي + الحد الأعلى الحقيقي}}{2}$

مركز الفئة الرابعة = $\frac{٦٠,٥ + ٧٠,٥}{٢}$ = ٦٥,٥

تكرار الفئة الرابعة = ١٥ أي أن هناك ١٥ قيمة من قيم المتغير واقعة في المدى (٦١-٧٠) .

(٢) الخطوات العامة في انشاء جداول التوزيع التكرارية

General Rules for Constructing Frequency Table

لتكوين إنشاء جدول توزيع تكراري يجب اتباع الخطوات التالية :

(أ) استخراج مدى المتغير Range

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات Number of classes

(جـ) إيجاد طول مدى الفئة Class length or width

(د) كتابة حدود الفئات Class limits

(هـ) استخراج عدد التكرارات لكل فئة Class frequency

والمثال التالي يوضح كيفية انشاء جدول التوزيع التكراري لنباتات القطن .

مثال (١) القيم التاليـة تمثل أطوال ٨٠ نباتا من نباتات القطن (مقربة الى أقرب سنتمتر) والمطلوب انشاء جدول توزيع تكراري لاطوال هذه النباتات.

جدول (٣ : ٥) اطوال ٨٠ نباتا من نباتات القطن مقدرة بالسنتمترات

٨٠	٧٩	٤٨	٧٤	٨١	٩٨	٨٧	٨٠
٨٤	٨٠	٩٠	٧٠	٩١	٩٣	٨٢	٧٨
٧١	٧٠	٩٢	٦٥	٥٦	٨١	٧٤	٧٣
٧٢	٦٨	٨٥	٥١	٦٥	٩٣	٨٣	٨٩
٣٥	٩٠	٨٣	٧٣	٧٤	٤٣	٨٦	٦٨
٩٣	٩٢	٧٦	٧١	٩٠	٧٢	٦٧	٧٥
٩١	٨٠	٦١	٧٢	٩٧	٩١	٨٨	٨١
٧٤	٧٠	٩٩	٩٥	٨٠	٥٩	٧١	٧٧
٦٠	٦٣	٨٣	٨٢	٦٠	٦٧	٨٩	٦٣
٦٣	٧٦	٨٨	٧٠	٦٦	٨٨	٧٩	٧٥

(٣ : ٦) التمثيل البياني Graphical Presentation

ان الرسوم والصور والأشكال الهندسية ما هي الا تعبير وتوضيح للبيانات بطريقة جذابة وسهلة وفعالة تساعد القارىء على فهم واستيعاب قيم الظاهرة ومقارنتها مع بعضها .

ووسائل التمثيل البياني كثيرة ومتنوعة وسنكتفي هنا بشرح العرض البياني للتوزيعات التكرارية فقط . وعادة نخصص المحور الافقي (abscisa) او الاحداثي السيني لتمثل قيم أو فئات المتغير بينما نخصص المحور العمودي (ordinate) أو الاحداثي التصاعدي لتمثل تكرارات هذا المتغير ويجب دائما ان يبدأ تدريج المحور العمودي من الصفر أما تدريج المحور الأفقي فقد لانبدأ بتدريجه من الصفر . كما انه ليس من الضروري ان يكون مقياس او تدريج المحورين من نفس المقياس .

(١) التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري

(أ) المدرج التكراري Histogram

وهو عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدها على المحور الافقي لتمثل أطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات .

ولرسم مدرج تكراري نتبع الخطوات التالية :

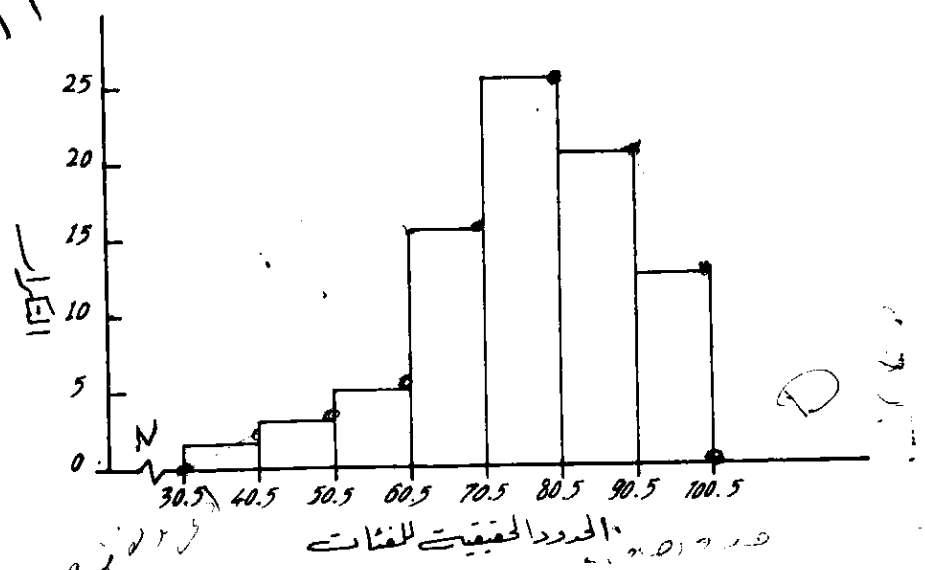
١- رسم المحور الافقي والمحور العمودي .

٢- تدريج المحور الافقي الى أقسام متساوية بمقياس رسم مناسب بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الأدنى للفئة الاولى (فيما اذا كانت بداية الفئة الاولى لا تساوي صفر) . ويقسم المحور العمودي الى أقسام متساوية بحيث تشمل على أكبر التكرارات.

٣- يرسم على كل فئة مستطيلا رأسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه تمثل تكرار تلك الفئة .

والشكل (٣ : ١) يمثل المدرج التكراري لجدول (٣ : ٦) .

والشكل (٣ : ١) يمثل المدرج التكراري لجدول (٣ : ٦)



شكل (٣ : ١) المدرج التكراري لأطوال نباتات القطن

(ب) المضلع التكراري Frequency Polygon

وهو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة . وعادة يقفل المضلع بأن نصل بداية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يسار أول فئة تكرارها صفراً . ونصل نهاية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يمين آخر فئة تكرارها أيضاً صفراً وبذلك تكون مساحة المضلع التكراري مساوية لمساحة المدرج التكراري .

ولرسم المضلع التكراري نتبع الخطوات التالية :

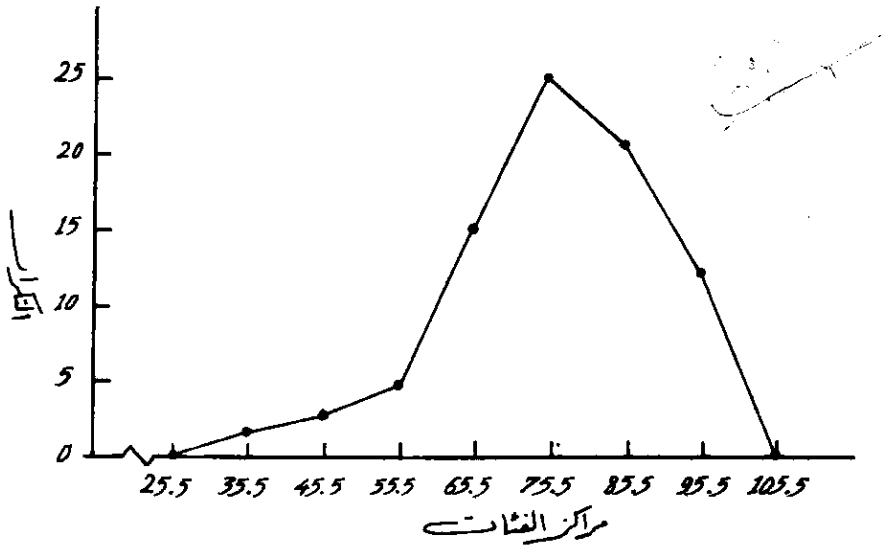
١- رسم المحور الافقي والمحور العمودي.

٢- تدريج المحور الافقي الى أقسام متساوية بحيث يشمل على جميع مراكز الفئات . ويقسم المحور العمودي الى أقسام متساوية بحيث تشمل على أكبر التكرارات .

٣- وضع نقطة أمام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة .

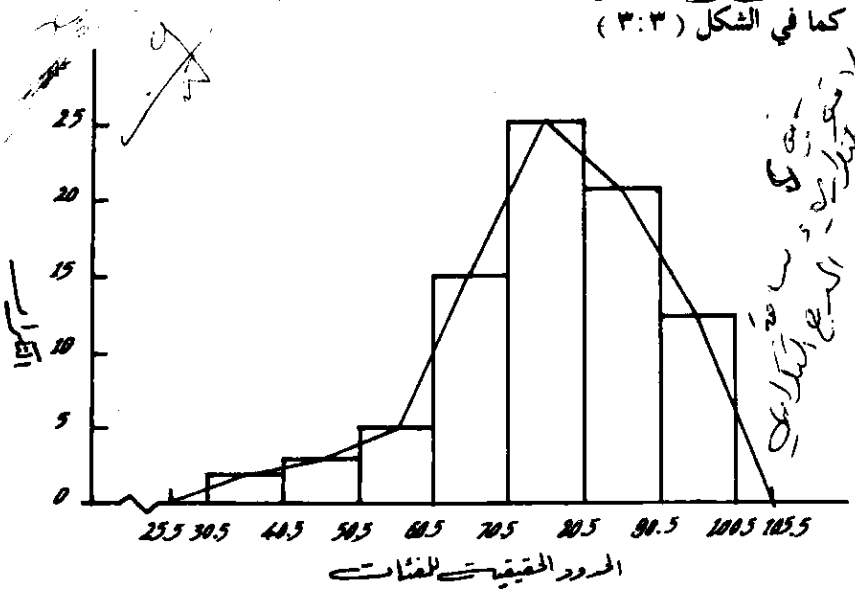
٤- توصيل تلك النقاط بخطوط مستقيمة .

والشكل (٣ : ٢) يمثل المضلع التكراري لجدول (٣ : ٦).



شكل (٣:٢) المضلع التكراري لاطوال نباتات القطن

هذا ويمكن رسم المضلع التكراري باستعمال المدرج التكراري وذلك بعد تنصيف القواعد العليا للمستطيلات (والتي تمثل مراكز الفئات) بنقاط ثم توصيل هذه النقاط بمستقيمات كما في الشكل (٣:٣)

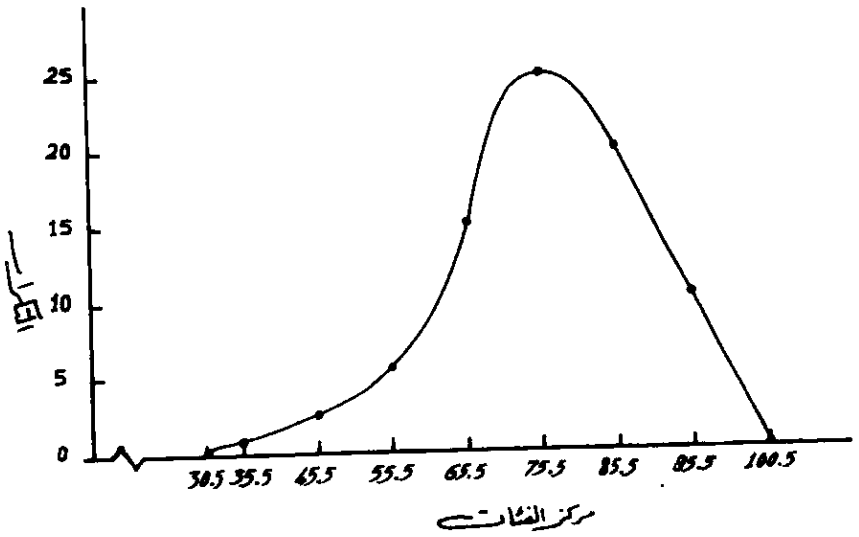


شكل (٣:٣) المدرج التكراري والمضلع التكراري لاطوال نباتات القطن .

(ج) المنحني التكراري Frequency Curve

وهو عبارة عن منحني يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئات .

وعادة يقفل المنحني التكراري بأن نصل بدايته بالحد الأدنى للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى للفئة الأخيرة . وتكون مساحة المنحني مكافئة (وليست مساوية) للمضلع التكراري . كما في شكل (٣ : ٤).



شكل (٣ : ٤) المنحني التكراري لأطوال نباتات القطن

ملاحظة : عند مقارنة مجموعتين من البيانات غير متساويتين في عدد مفرداتها باستخدام المضلع التكراري لهما فيجب استخدام التكرار النسبي أو المئوي لهما بدلاً من التكرار العادي . والمضلع التكراري في هذه الحالة يسمى المضلع التكراري النسبي Relative frequency polygon أو المضلع التكراري المئوي Percentage polygon.

(٢) التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري التجميعي :

لتمثيل التكرار التجميعي بيانياً نستخدم المضلع التكراري التجميعي . Cumulative frquency polygon or ogive وهو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط واقعة فوق الحدود الحقيقية للفئات وعلى ارتفاع تمثل التكرار

التجميعي . وهناك نوعان من المضلع التكراري التجميعي :

(أ) المضلع التكراري التجميعي التصاعدي Or less Ogive.

ولرسم المضلع التكراري التجميعي التصاعدي نتبع الخطوات التالية :

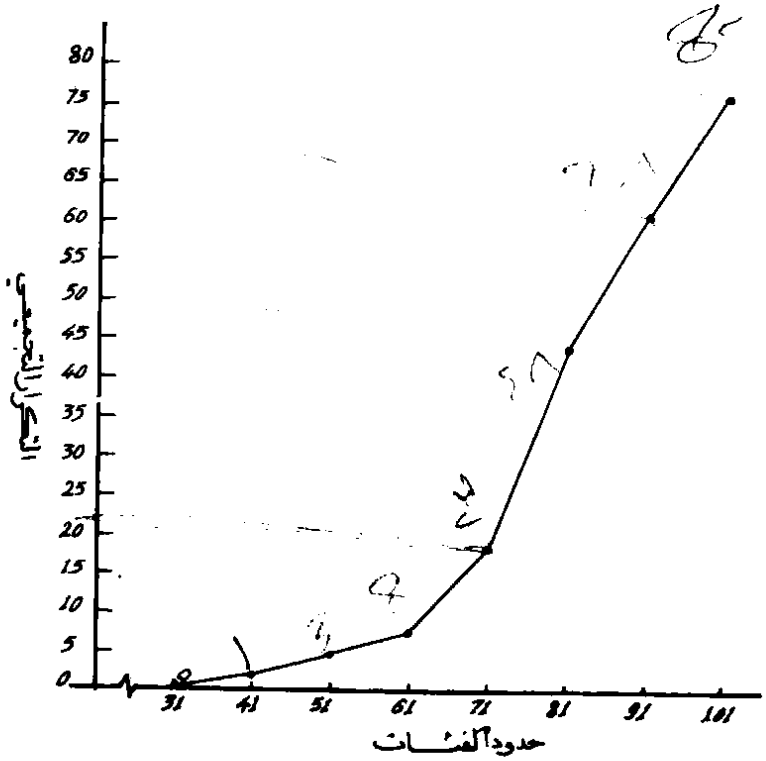
١. رسم المحور الأفقي والمحور العمودي .

٢. تدريج المحور الأفقي الى أقسام متساوية تشمل على جميع حدود الفئات . ويقسم المحور العمودي الى أقسام متساوية بحيث تشمل على أكبر التكرارات التجميعية وهي المجموع الكلي للتكرارات .

٣. وضع نقطة أمام كل حد فئة ارتفاعها يعادل التكرار التجميعي التصاعدي لذلك الحد .

٤. توصيل تلك النقاط بخطوط مستقيمة .

والشكل (٣ : ٥) يمثل المضلع التكراري التجميعي التصاعدي لجدول (٣ : ١٠)

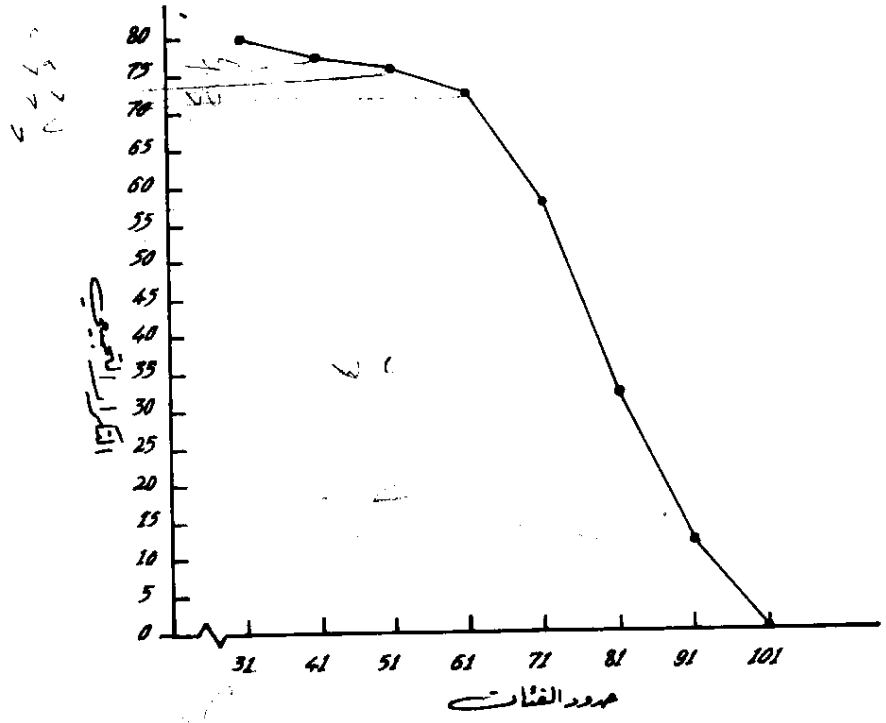


شكل (٣:٥) المضلع التكراري التجميعي التصاعدي لأطوال نباتات القطن

(ب) المضلع التكراري التجميعي التنازلي

ويرسم بنفس الطريقة التي رسم فيها المضلع التكراري التجميعي التصاعدي ماعدا كون ارتفاع النقاط هنا هو التكرار التجميعي التنازلي ولذلك فيبدأ المضلع التكراري التجميعي التنازلي من أعلى نقطة (مجموع التكرارات الكلي) وينتهي بالصفر ، بعكس المضلع التكراري التجميعي التصاعدي تماماً .

والشكل (٣ : ٦) يمثل المضلع التكراري التجميعي التنازلي لجدول (٣ : ١١)



شكل (٣:٦) المضلع التكراري التجميعي التنازلي لأطوال نباتات القطن

ملاحظة : عند رسم التكرار التجميعي النسبي فالمضلع يسمى بالمضلع التجميعي النسبي Relative frequency ogive . وعند رسم التكرار التجميعي المئوي فالمضلع يسمى بالمضلع التجميعي المئوي Percentage frequenty ogive وذلك باتباع نفس الأساليب السابقة .

هذا وفي كثير من الأحيان يرسم المضلع التكراري التجميعي التصاعدي والتنازلي في رسم واحد .

الحـل : طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين
= ٩ - ٤ = ٥

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة الأولى - $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)
= ٤ - $\frac{١}{٢}$ (٥)
= ١.٥

الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة الأولى + $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)
= ٤ + $\frac{١}{٢}$ (٥)
= ٦.٥

ثم تضاف طول الفئة على الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى لينتج الحد الأدنى الحقيقي للفئة الثانية وهكذا

ثم تضاف طول الفئة على الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى لينتج الحد الأعلى الحقيقي للفئة الثانية وهكذا .

أما الحد الأدنى للفئة الأولى فهو أقرب عدد صحيح للحد الأدنى الحقيقي وهو٢ أي باضافة نصف الى الحد الأدنى الحقيقي بينما الحد الأعلى فهوبطرح نصف من الحد الأعلى الحقيقي . لذا فحدي الفئة الأولى هما (٢-٦) ثم تضاف طول الفئة بعدئذ لكل من الحد الأدنى والحد الأعلى لأيجاد حدود الفئات الأخرى .

أما التكرار النسبي لأي فئة = $\frac{\text{تكرار الفئـــة}}{\text{مجموع التكرارات}}$

فمثلاً التكرار النسبي للفئة الأولى = $\frac{٢}{٥٠}$ = ٠.٠٤

أما التكرار المئوي = التكرار النسبي × ١٠٠
كما مبين ذلك في الجدول أدناه

الفئات	مركز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٢ – ٦	٤	١,٥ – ٦,٥	٢	٠,٠٤	٤
٧ – ١١	٩	٦,٥ – ١١,٥	٥	٠,١٠	١٠
١٢ – ١٦	١٤	١١,٥ – ١٦,٥	١٠	٠,٢٠	٢٠
١٧ – ٢١	١٩	١٦,٥ – ٢١,٥	٢٥	٠,٥٠	٥٠
٢٢ – ٢٦	٢٤	٢١,٥ – ٢٦,٥	٨	٠,١٦	١٦
			٥٠	١,٠٠	

مثال (٤) نفرض أن عدد مفردات ظاهرة ما هو ١٥٠ مفردة وان أقل قيمة بينها = ٥,١٨ وأعلى قيمة = ٧,٤٤

فالمطلوب أيجاد:

(أ) حدود الفئات

(ب) مراكز الفئات

(جـ) الحدود الحقيقية للفئات

التي قد تستعمل في انشاء جدول توزيع تكراري لهذه القيم .

الحل :

(أ) المدى = ٧,٤٤ – ٥,١٨ = ٢,٢٦

لنفرض ان عدد الفئات المناسبة المختارة = ٨

$$\text{طول الفئة} = \frac{٢,٢٦}{٨} = ٠,٢٨$$

اذن طول الفئة سنعتبرها = ٠,٣

وبما أن أقل قيمة = ٥,١٨

نبدأ بالحد الأدنى للفئة الأولى بـ ٥,١٠

ثم نضيف طول الفئة للحد الأدنى للفئة الاولى لايجاد الحد الأدنى للفئة الثانية أي

٥,١٠ + ٠,٣٠ = ٥,٤٠

أما الحدود العليا ، فبما ان قيم الظاهرة مقرب الى رقمين عشريين ، لذا فان

لذلك يجب أخذ مركزين عشريين

الحد الاعلى للفئة الاولى = الحد الأدنى للفئة الثانية – ٠,٠١

أي الحد الأعلى للفئة الاولى = ٥,٤٠ – ٠,٠١ = ٥,٣٩

ثم نضيف طول الفئة للحد الاعلى للفئة الاولى لايجاد الحد الأعلى للفئة الثانية وهكذا ..

(ب) ثم نستخرج مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$

فمركز الفئة الاولى = $\frac{٥,١٠ + ٥,٣٩}{٢}$

= ٥,٢٤٥

ملاحظة : إن عيب مركز الفئة هنا انها لا تطابق قيم المفردات .

(ج) أما الحدود الحقيقية فتستخرج بالطريقة التالية :

الحد الأدنى الحقيقي = مركز الفئة – $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)

فمثلا الحد الادنى الحقيقي للفئة الاولى = ٥,٢٤٥ – $\frac{١}{٢}$ (٠,٣٠)

= ٥,٠٩٥

والحد الاعلى الحقيقي = مركز الفئة + $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)

فالحد الاعلى الحقيقي للفئة الاولى = ٥,٢٤٥ + $\frac{١}{٢}$ (٠,٣)

= ٥,٣٩٥

ثم إضافة طول الفئة للحد الادنى الحقيقي للفئة الاولى لايجاد الحد الادنى الحقيقي للفئة الثانية وهكذا بالنسبة للحدود العليا الحقيقية ايضا كما مبين في الجدول ادناه

حدود الفئـــات	الحـدود الحقيقيـة	مراكز الفئـات
٥,١٠ – ٥,٣٩	٥,٠٩٥ – ٥,٣٩٥	٥,٢٤٥
٥,٤٠ – ٥,٦٩	٥,٣٩٥ – ٥,٦٩٥	٥,٥٤٥
٥,٧٠ – ٥,٩٩	٥,٦٩٥ – ٥,٩٩٥	٥,٨٤٥
٦,٠٠ – ٦,٢٩	٥,٩٩٥ – ٦,٢٩٥	٦,١٤٥
٦,٣٠ – ٦,٥٩	٦,٢٩٥ – ٥,٥٩٥	٦,٤٤٥
٦,٦٠ – ٦,٨٩	٦,٥٩٥ – ٦,٨٩٥	٦,٧٤٥
٦,٩٠ – ٧,١٩	٦,٨٩٥ – ٧,١٩٥	٧,٠٤٥
٧,٢٠ – ٧,٤٩	٧,١٩٥ – ٧,٤٩٥	٧,٣٤٥

مثال (٥) إذا علمت بأن عدد مفردات المتغير = ٥٠ (أي $\sum f_i = 50$)

فمن جدول التوزيع التكراري النسبي التالي :

الفئـــات	التكرار النسبي
٢٠ – ٣٩	٠,١٢
٤٠ – ٥٩	٠,٢٨
٦٠ – ٧٩	٠,٣٦
٨٠ – ٩٩	٠,٢٠
١٠٠ – ١١٩	٠,٠٤

اوجد التكرارات ومراكز الفئات والحدود الحقيقية والتكرار المئوي لهـذا الجـــدول .

الحـل :

$$\text{التكرار النسبي لأي فئة} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{التكرار الكلي}}$$

تكرار الفئة = التكرار النسبي × التكرار الكلي

تكرار الفئة الاولى = ٠,١٢ × ٥٠ = ٦

تكرار الفئة الثانية = ٠,٢٨ × ٥٠ = ١٤

وهكذا

$$\text{أما مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{٢}$$

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{٢٠ + ٣٩}{٢} = ٢٩,٥$$

$$\text{مركز الفئة الثانية} = \frac{٤٠ + ٥٩}{٢} = ٤٩,٥$$

وهكذا

أما طول الفئة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة + ١

أو = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

طول الفئة = ٣٩ – ٢٠ + ١ = ٢٠

أما الحد الأدنى الحقيقي = مركز الفئة – $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)

فالحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى = ٢٩,٥ – $\frac{١}{٢}$ (٢٠) = ١٩,٥

بينما الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = ٢٩,٥ + $\frac{١}{٢}$ (٢٠) = ٣٩,٥

وهكذا

أما التكرار المئوي = التكرار النسبي × ١٠٠

فالتكرار المئوي للفئة الأولى = ٠,١٢ × ١٠٠ = ١٢

وهكذا كما مبين في الجدول أدناه :

الفئات	التكرار	مركز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٢٠ – ٣٩	٦	٢٩,٥	١٩,٥ – ٣٩,٥	٠,١٢	١٢
٤٠ – ٥٩	١٤	٤٩,٥	٣٩,٥ – ٥٩,٥	٠,٢٨	٢٨
٦٠ – ٧٩	١٨	٦٩,٥	٥٩,٥ – ٧٩,٥	٠,٣٦	٣٦
٨٠ – ٩٩	١٠	٨٩,٥	٧٩,٥ – ٩٩,٥	٠,٢٠	٢٠
١٠٠ – ١١٩	٢	١٠٩,٥	٩٩,٥ – ١١٩,٥	٠,٠٤	٤
	٥٠			١,٠٠	١٠٠

مثال (٦) الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لأوزان (٦٥ طالباً بالكيلوغرامات)

فئات الوزن	التكرار (عـدد الطلبة)
٥٠ – ٥٤	٨
٥٥ – ٥٩	١٠
٦٠ – ٦٤	١٦
٦٥ – ٦٩	١٤
٧٠ – ٧٤	١٠
٧٥ – ٧٩	٥
٨٠ – ٨٤	٢
	٦٥

والمطلوب عمل جدول توزيع تكراري تجميعي تصاعدي وتنازلي ومنهما استنتج مايلي :

(أ) ماهو عدد الطلبة الذي اوزانهم تقل عن ٧٠ كغم ؟

(ب) ماهي نسبة الطلبة الذي اوزانهم تقل ٧٠ كغم ؟

(جـ) ماهو عدد الطلبة الذي أوزانهم لايقل عن ٦٠ كغم ؟

(د) ماهو عدد الطلبة الذي اوزانهم لاتقل عن ٦٠ كغم ولكنها أقل من ٨٠ كغم ؟

الحـل :

جدول توزيع تكراري تجميعي تصاعدي

حدود الفئات	التكرار التجميعي التصاعدي
أقل من ٥٠	٠
أقل من ٥٥	٨
أقل من ٦٠	١٨
أقل من ٦٥	٣٤
أقل من ٧٠	٤٨
أقل من ٧٥	٥٨
أقل من ٨٠	٦٣
أقل من ٨٥	٦٥

جدول توزيع تكراري تجميعي تنازلي

حدود الفئات	التكرار التجميعي التنازلي
٥٠ فأكثر	٦٥
٥٥ فأكثر	٥٧
٦٠ فأكثر	٤٧
٦٥ فأكثر	٣١
٧٠ فأكثر	١٧
٧٥ فأكثر	٧
٨٠ فأكثر	٢
٨٥ فأكثر	٠

(أ) من جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي

عدد الطلبة الذين اوزانهم أقل من ٧٠ كغم = ٤٨

(ب) أما نسبة هؤلاء الطلبة = $\frac{٤٨}{٦٥} \times ١٠٠ = ٧٣,٨$

(جـ) من جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي

عدد الطلبة الذين أوزانهم لا تقل عن ٦٠ كغم = ٤٧

(د) من جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي

عدد الطلبة الذين أوزانهم لاتقل عن ٦٠ ولكنها أقل من ٨٠ كغم

٤٥ = ٢ − ٤٧

(هـ) الحد الادنى الحقيقي للفئة الخامسة ؟

الحـل : الحد الأدنى الحقيقي = مركز الفئة الخامسة − $\frac{1}{2}$ (طول الفئة الخامسة

$$= ٩٤,٥ - \frac{١}{٢} (١٠) = ٨٩.٥$$

أو = $\frac{\text{الحد الادنى للفئة الخامسة + الحد الأعلى للفئة الرابعة}}{٢}$

$$= \frac{٨٩ + ٩٠}{٢} = ٨٩.٥$$

(و) تكرار الفئة الثالثة

الحـل : ١٦

(ز) التكرار النسبي للفئة الثالثة

الحل : $\frac{١٦}{٦٥} = ٠.٢٤٦$

مثال (٣) أكمل جدول التوزيع التكراري التالي :

الفئات	مركز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
	٤		٢		
	٩		٥		
	١٤		١٠		
	١٩		٢٥		
	٢٤		٨		
المجموع			٥٠		