(٤ : ٣) الوسط الهندسي The Geometric Mean

(آ) بيانات غير مبوبة :

تعريف (٤ : ٣) :

إذا كان لدينا n من القيم أو المشاهدات :

$y_1 , y_2, \quad ...., y_n$

فإن الوسط الهندسي لها (ويرمز له بالرمز $\bar{G}$) هو :

$$\bar{G} = \sqrt[n]{(y_1)(y_2)........(y_n)}$$

ولإيجاد قيمة الوسط الهندسي نستخدم اللوغاريتمات فعند أخذ لوغارتم الطرفين ينتج :

$$\text{Log } \bar{G} = (1/n) \log[(y_1)(y_2)........(y_n)]$$

$$\therefore \text{Log } \bar{G} = \frac{\log y_1 + \log y_2 + ... + \log y_n}{n}$$

من ذلك يتضح بأن لوغارتم الوسط الهندسي لمجموعة من القيم هو الوسط الحسابي للوغاريتمات هذه القيم . ولإيجاد قيمة الوسط الهندسي بعد ذلك نستخدم العدد المقابل لـ $\text{Log } \bar{G}$

مثال (١١) : أوجد الوسط الهندسي والوسط الحسابي للقيم التالية :

$$y_i = 3, 5, 8, 3, 7, 2$$

الحـل :

(١) الوسط الهندسي

$$\bar{G} = \sqrt[n]{(y_1)(y_2)....(y_n)}$$

$$\text{Log } \bar{G} = \frac{\log y_1 + \log y_2 + ... + \log y_n}{n}$$

$$= \frac{\log 3 + \log 5 + \log 8 + \log 3 + \log 7 + \log 2}{6}$$

$$= \frac{0.4771 + 0.6990 + \dots\dots + 0.3010}{6}$$

$$= \frac{3.7024}{6}$$

$$\therefore \log \bar{G} = 0.6171$$

$$\therefore \bar{G} = 4.14$$

أو يمكن حساب الوسط الهندسي بالطريقة التالية :

$$\bar{G} = \sqrt[6]{(3)(5)(8)(3)(7)(2)} = \sqrt[6]{5760}$$

$$\therefore \log \bar{G} = \frac{1}{6} \log 5760 = \frac{3.7024}{6}$$

$$= 0.6171$$

$$\therefore \bar{G} = 4.14$$

أما الوسط الحسابي فهو :

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{3+5+8+3+7+2}{6} = \frac{28}{6} = 4.67$$

من ذلك يتضح بأن الوسط الهندسي لقيم مختلفة موجبة دائما أصغر من الوسط الحسابي. هذا وأكثر ما يستعمل الوسط الهندسي هو في الأرقام القياسية للأسعار أو إيجاد متوسط عدد من النسب أو في إيجاد معدلات التغير في المبيعات او السكان ... الخ . كما إنه لا يمكن إيجاد الوسط الهندسي الا إذا كانت مجموع القيم موجبة .

(ب) من بيانات مبوبة

تعريف (٤ : ٤) :

إذا كانت $y_1, y_2, \dots\dots y_k$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكراراتها : $f_1, f_2, \dots\dots, f_k$ على التوالي فالوسط الهندسي هو :

$$\bar{G} = \sqrt[\Sigma f_i]{(y_1)^{f_1} (y_2)^{f_2} \dots (y_k)^{f_k}}$$

تكرار الفئة مركز الفئة

الوسط الحسابي ≥ الوسط الهندسي

الوسط الحسابي = الوسط الهندسي فقط اذا تساوت البيانات

وباستخدام اللوغاريتمات فإن :

$$\boxed{\text{Log } \bar{G} = \frac{\sum f_i \log y_i}{\sum f_i}}$$

$$= \frac{f_1 \log y_1 + f_2 \log y_2 + \dots + f_k \log y_k}{\sum f_i}$$

مثال (١٢) أوجد الوسط الهندسي لجدول التوزيع التكراري (٣ : ١)

الحـل :

الفئـات	تكرارها f_i	y_i	$\log y_i$	$f_i \log y_i$
٦٢ – ٦٠	٥	٦١	١,٧٧٨٢	٨,٨٩١٠
٦٥ – ٦٣	١٨	٦٤	١,٨٠٦٢	٣٢,٥١١٦
٦٨ – ٦٦	٤٢	٦٧	١,٨٢٦١	٧٦,٦٩٦٢
٧١ – ٦٩	٢٧	٧٠	١,٨٤٥١	٤٩,٨١٧٧
٧٤ – ٧٢	٨	٧٣	١,٨٦٣٣	١٤,٩٠٦٤
				١٨٢,٨٢٢٩

$$\log \bar{G} = \frac{\sum f_i \log y_i}{\sum f_i} = \frac{182{\cdot}8229}{100} = 1{\cdot}8282$$

$\therefore \bar{G} = 67{\cdot}3$ بينما الوسط الحسابي =٦٧,٤٥

(٤ : ٤) الوسط التوافقـي The Harmonic Mean

(آ) بيانات غير مبوبة

تعريف (٤ : ٥) :

إذا كان لدينا n من القيم او المشاهدات : $y_1, y_2, \dots\dots, y_n$

فإن الوسط التوافقي لها (ويرمز له بالرمز $\bar{H}$) هو :

$$\bar{H} = \frac{1}{(\sum \frac{1}{y_i})/n} = \boxed{\frac{n}{\sum \frac{1}{y_i}}}$$

فالوسط التوافقي هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوب القيم او المشاهدات .

مثال (١٣) : أوجد الوسط التوافقي للقيم التالية :

$y_i = 3, 5, 6, 6, 7, 10\ 12,$

الحـل :

$$\bar{H} = \frac{n}{\sum 1/y_i} = \frac{n}{1/y_1 + 1/y_2 + ... + 1/y_n}$$

$$= \frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}}$$

$$= 5{\cdot}87$$

ان الوسط التوافقي أكثر ما يستعمل هو عندما تعطى مجموعة من البيانات منسوبة الى وحدة ثابتة .

مثال (١٤) : إشترى مزارع بذور حنطة بـ ١٠٠ دينار من كل من الشركات التالية :

الشركة الأولى كان سعر الطن من بذور الحنطة = ٢٠ دينارا

والشركة الثانية كان سعر الطن من بذور الحنطة = ٢٥ دينارا

أما الشركة الثالثة فكان سعر الطن من بذور الحنطة = ٥٠ دينارا

فما هو متوسط سعر الطن من بذور الحنطة .

(ملاحظة : البيانات معبرة بـ عدة أطنان بالـ ١٠٠ دينار بينما المطلوب هو متوسط سعر الطن)

الحـل :

$$\bar{H} = \frac{3}{\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}} = 27{\cdot}27$$

(ب) لبيانات مبوبه

تعريف (٤ : ٦) :

إذا كانت $y_1, y_2, ..., y_k$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكرارتها :

$f_1, f_2, ..., f_k$ على التوالي

فالوسط التوافقي لها هو :

$$\bar{H} = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{y_i}}$$

مثال (١٥) : أوجد الوسط التوافقي للتوزيع التكراري التالي :

الفئات	f_i	y_i
٦٠ - ٦٢	٥	٦١
٦٣ - ٦٥	١٨	٦٤
٦٦ - ٦٨	٤٢	٦٧
٦٩ - ٧١	٢٧	٧٠
٧٢ - ٧٤	٨	٧٣
المجموع	١٠٠	

الحـل :

$$\bar{H} = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{y_i}} = \frac{\sum f_i}{\frac{f_1}{y_1} + \frac{f_2}{y_2} + \dots\dots + \frac{f_k}{y_k}}$$

$$= \frac{100}{\frac{5}{61} + \frac{18}{64} + \frac{42}{67} + \frac{27}{70} + \frac{8}{73}} = \frac{100}{1{\cdot}4855} = 67{\cdot}3$$

(٤ : ٥) الوسط التربيعي The Quadratic Mean

(آ) لبيانات غير مبوبة :

تعريف (٤ : ٧) :

اذا كان لدينا n من القيم او المشاهدات :

$y_1, y_2, \dots\dots, y_n$

فإن الوسط التربيعي لها (ويرمز بـ $\bar{Q}$) هو :

$$\bar{Q} = \sqrt[2]{\frac{\sum y_i^2}{n}}$$