الحـل : نتبع الخطوات التالية :

(أ) استخراج المدى (او مدى المتغير) The Range

المدى = (أعلى قيمة – أقل قيمة)

فأطول نبات = ٩٩ سم بينما أقصر نبات = ٣٥ سم .

لذا فالمدى = ٩٩ – ٣٥ = ٦٤ سم

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات Number of classes .

هناك عدة طرق حسابية تقريبية لإيجاد عدد الفئات أهمها :

طريقة سترجس Sturges

عدد الفئات = ١ + (٣.٣ × لوغارتم عدد المفردات)

وطريقة يول Yule

عد الفئات = ٢.٥ × $\sqrt[4]{\text{عدد المفردات}}$

ولكل من الطريقتين ميزات وعيوب ولن نستعمل أيا منها هنا بل إننا سنختار عدد الفئات اختيارا على ان لا تقل عن خمسة ولاتزيد عن خمسة عشر فئة وذلك تبعا لطبيعة البيانات وعدد مفرداتها ومدى التغير فيها .

ولنفرض إننا اخترنا ٧ فئات .

(جـ) إيجاد طول الفئة : Class length

يجب أن لا يقل طول الفئة عـن : $\frac{\text{مدى التغيـر}}{\text{عدد الفئات}}$ مقربة الى اقرب عدد صحيح اكبر

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{مـدى التغير}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٦٤}{٧} = ٩\frac{١}{٧}$$

لذا يستحسن ان يكون طول الفئة = ١٠

وكما ذكرنا يستحسن ان تكون أطوال الفئات متساوية

(د) كتابة حدود الفئات Class limits

يجب كتابة حدود الفئات بحيث ان جميع قيم المتغير تقع بين الحد الأدنى للفئة الاولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة .

ويستحسن أن نبدأ بكتابة الحد الأدنى للفئة الأولى بقيمة أصغر مفردة أو أقل من ذلك بقليل وتنتهي بالحد الأعلى للفئة الأخيرة بقيمة أكبر مفردة أو أكثر من ذلك بقليـل .

فمثلاً اصغر قيمة من قيم أطوال نباتات القطن هي ٣٥ لذا فمن الممكن أن يكون الرقم ٣١ يمثل الحد الأدنى للفئة الأولى . وبما أن طول الفئة هو ١٠ لذا فإن حدي الفئة الأولى هما ٣١–٤٠ والفئة الثانية تبدأ من ٤١–٥٠ بينما الفئة السابعة (الأخيرة) هي ٩١–١٠٠ . لاحظ بأن الحد الأدنى للفئة الأولى (٣١) والحد الأعلى للفئة الأخيرة (١٠٠) تحوي على كافة قيم المتغير .

● استخراج عدد التكرارات لكل فئة Class frequency

ويتم ذلك بتسجيل القيم الأصلية واحدة بعد الأخرى في الفئة الخاصة به على شكل اشارات أو علامات أولاً ثم ترجمتها الى أرقام كما مبين في جدول (٣:٦) أدناه :

جدول (٣:٦) جدول توزيع تكراري لاطوال نباتات القطن

الفئات	التكرار (بالعلامات)	التكرار رقما
٣١–٤٠	|	١
٤١–٥٠	||	٢
٥١–٦٠	||||	٥
٦١–٧٠	|||| |||| ||||	١٥
٧١–٨٠	|||| |||| |||| |||| ||||	٢٥
٨١–٩٠	|||| |||| |||| ||||	٢٠
٩١–١٠٠	|||| |||| ||	١٢
المجموع		٨٠

هذا ويجب التأكد بأن المجموع الكلي للتكرارات يجب أن تساوي للعدد الكلي لقيم المتغير

لاحظ انه في المثال السابق كانت اطوال الفئات متساوية وأرقام صحيحة . والان سنأخذ مثالاً آخراً فيه اطوال الفئات متساوية ولكنها ارقام ذات كسور .

مثـال (٢) : القيم التالية تمثل كمية المحصول (طن / هكتار) لخلطة المكسيباك في اربعين مزرعة مقدرة بالاطنان ومقربة الى أقرب رقم عشري واحد .

جدول (٣ : ٧) كمية المحصول (طن / هكتار) لحنطة المكسيباك في أربعين مزرعة

٢,٦	٢,٢	٤,١	٣,٥	٢,٠	٣,٢	٣,٧	٣,٠	
٣,٧	٣,٤	١,٦	٣,١	٣,٣	٣,٨	٣,١	٢,٤	
٣,١	٢,٥	٤,٣	٣,٤	٣,٦	٢,٩	٣,٣	٣,٩	
٣,٤	٣,٣	٣,١	٣,٧	٤,٤	٣,٢	٤,١	١,٩	
٣,٥	٢,٣	٣,٨	٣,٢	٢,٦	٣,٩	٣,٠	٤,٢	

(أ) استخرج المدى :

المدى = أعلى قيمة – أقل قيمة

= ٤,٤ – ١,٦ = ٢,٨ طن

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات :

سنختار عدد الفئات هنا ٦ فئات

(جـ) ايجاد طول الفئة :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

$$\text{طول الفئة} = \frac{٢,٨}{٦}$$

= ٠,٤٦٧

لذايستحسن ان تكون طول الفئة ٠,٥

(د) كتابة حدود الفئات :

بما أن أقل قيمة للمتغير = ١,٦ لذا فسنبدأ بكتابة الحد الأدنى للفئة الأولى ١,٥ . وبما أن طول الفئة ٠,٥ لذا فالفئة الأولى ستكون (١,٥ – ١,٩) والثانية (٢,٠ – ٢,٤) وهكذا الى أن تصل الفئة الأخيرة وهي (٤,٠ – ٤,٤) .

(هـ) استخراج عدد التكرارات لكل فئة : نسجل عدد المشاهدات أو المفردات التابعة لكل فئة .

ويجب التأكد بأن مجموع التكرارات الكلي مساوية للعدد الكلي لقيم المتغير وجدول

(٣:٨) يبين التوزيع التكراري لكمية المحصول لحنطة المكسيك اضافة الى الحدود الحقيقية ومراكز الفئات .

جدول (٣:٨) جدول التوزيع التكراري لكمية المحصول لحنطة المكسيك

تسلسل الفئات	حدود الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	مركز الفئة	التكرار
١	١,٩-١,٥	١,٩٥-١,٤٥	١,٧	٢
٢	٢,٤-٢,٠	٢,٤٥-١,٩٥	٢,٢	٤
٣	٢,٩-٢,٥	٢,٩٥-٢,٤٥	٢,٧	٤
٤	٣,٤-٣,٠	٣,٤٥-٢,٩٥	٣,٢	١٥
٥	٣,٩-٣,٥	٣,٩٥-٣,٤٥	٣,٧	١٠
٦	٤,٤-٤,٠	٤,٤٥-٣,٩٥	٤,٢	٥
	المجموع			٤٠

ملاحظة : اذا كانت أعداد قيم المتغير قليلة (أي اذا كان حجم العينة صغير) فليس من الضروري عمل جدول توزيع تكراري لها .
وبالرغم من أن حجم العينة في كلا المثالين صغيراً فالغاية من عمل جدول توزيع تكراري هنا هو فقط لتوضيح وتبسيط كيفية أنشاء جدول التوزيع التكراري بأستخدام أرقام بسيطة وقليلة .

(٣:٣) جدول التوزيع التكراري النسبي Relative Frequency Distribution

وهو جدول يبين الأهمية النسبية لكل فئة . ويحسب التكرار النسبي لكل فئة بالطريقة التالية :

$$\text{التكرار النسبي لأي فئة} = \frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

$$= \frac{f_i}{\sum f_i}$$

ومن جدول (٣ : ٤) فإن :

$$\text{التكرار النسبي للفئة الرابعة} = \frac{\text{تكرار الفئة الرابعة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

$$= \frac{١٥}{٨٠} = ٠.١٨٧٥$$

وعادة يوضع التكرار النسبي كنسبة مئوية وذلك بضرب كل تكرار نسبي × ١٠٠ كما مبين في جدول (٣ : ٩)

جدول (٣ : ٩) جدول التوزيع التكراري النسبي والمئوي لاطوال نباتات القطن

الفئات	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٤٠–٣١	١	٠.٠١٢٥	١.٢٥
٥٠–٤١	٢	٠.٠٢٥٠	٢.٥٠
٦٠– ٥١	٥	٠.٠٦٢٥	٦.٢٥
٧٠–٦١	١٥	٠.١٨٧٥	١٨.٧٥
٨٠–٧١	٢٥	٠.٣١٢٥	٣١.٢٥
٩٠–٨١	٢٠	٠.٢٥٠٠	٢٥.٠٠
١٠٠–٩١	١٢	٠.١٥٠٠	١٥.٠٠
المجموع	٨٠	١.٠٠٠٠	١٠٠.٠٠

(٣ : ٤) التوزيعات المتجمعة Cumulative Distribution

ان جدول التوزيع التكراري العادي الذي سبق شرحه يبين توزيع قيم المتغير على الفئات المختلفة . ولكن في بعض الأحيان قد يكون هناك حاجة الى معرفة عدد القيم أو المفردات التي تقل أو تزيد عن قيمة معينة . والجداول التي تحوي على مثل هذه المعلومات تدعى بالجداول التكرارية المتجمعة .

وهناك نوعان من هذه الجداول .

(١) جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي Less than cumulative distribution

وهو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة.

وسنرمز للتكرار المتجمع لأي فئة بـ F_i وجدول التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي يتكون من عمودين :

العمود الأول : نكتب فيه حدود الفئات كما موضح في جدول (٣ : ١٠)

العمود الثاني : نكتب فيه التكرار التجميعي التصاعدي بالشكل التالي :

تكرار ماقبل الفئة الأولى $= F_0 =$ صفر

تكرار الفئة الأولى $= f_1 = F_1$

تكرار الفئة الثانية $= f_1 + f_2 = F_2$

تكرار الفئة الثالثة $= f_1 + f_2 + f_3 = F_3$

وهكذا بحيث أن التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الأخيرة $= F_n = \sum f_i$

جدول (٣ : ١٠) التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي لاطوال نباتات القطن

حدود الفئات	التكرار التجميعي التصاعدي
أقل من ٣١	٠
أقل من ٤١	١
أقل من ٥١	٣
أقل من ٦١	٨
أقل من ٧١	٢٣
أقل من ٨١	٤٨
أقل من ٩١	٦٨
أقل من ١٠١	٨٠

(٢) جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي

"More than" Cumulation distribution

وهو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة. وهذا الجدول ايضاً يتألف من عمودين :

العمود الأول : تكتب فيه حدود الفئات

العمود الثاني : تكتب فيه التكرارات التجميعية التنازلية بالطريقة التالية :

تكرار الفئة الاول : $= F_1 = \sum f_i$

تكرار الفئة الثانية $= F_2$ = مجموع التكرارات – تكرار الفئة الاولى

أي :

$$F_2 = \sum f_i - f_1 = F_1 - f_1$$

تكرار الفئة الثالثة $= F_3$

$$F_3 = \sum f_i - f_1 - f_2$$

$$= F_2 - f_2$$

وهكذا كما مبين في جدول (٣:١١)

جدول (٣:١١) التوزيع التكراري التجميعي التنازلي لاطوال نباتات القطن

حدود الفئات	التكرار التجميعي التنازلي
٣١ فأكثر	٨٠
٤١ فأكثر	٧٩
٥١ فأكثر	٧٧
٦١ فأكثر	٧٢
٧١ فأكثر	٥٧
٨١ فأكثر	٣٢
٩١ فأكثر	١٢
١٠١ فأكثر	٠

هذا واحياناًيعبر عن التكرار التجميعي التصاعدي أو التنازلي بشكل تكرار تجميعي نسبي

اومئوي . وفي هذه الحالة فان التكرار التجميعي النسبي لأي فئة $=$ التكرار التجميعي لتلك الفئة / المجموع الكلي

$$= \frac{F_i}{\sum f_i}$$

أما التكرار التجميعي المئوي = التكرار التجميعي النسبي × ١٠٠

(٣:٥) أمثلة محلولة

مثال (٢) الجدول التالي يبين التوزيع التكراري للرواتب الشهرية مقدرة بالدينار لـ(٦٥) موظفا في احدى الشركات :

فئات الأجور	التكرار (عدد المستخدمين)
٥٠ – ٥٩	٨
٦٠ – ٦٩	١٠
٧٠ – ٧٩	١٦
٨٠ – ٨٩	١٤
٩٠ – ٩٩	١٠
١٠٠ – ١٠٩	٥
١١٠ – ١١٩	٢
المجمـــوع	٦٥

والمطلوب إيجاد قيمة كل مما يلي :

(أ) الحد الأدنى للفئة السادسة ؟

الحـل = ١٠٠

(ب) الحد الاعلى للفئة الرابعة

الحـل : ٨٩

(ج) مركز الفئة الخامسة

الحـل : $\frac{٩٠ + ٩٩}{٢} = ٩٤,٥$

(د) طول الفئة الخامسة

الحـل : طول الفئة الخامسة = الحد الأعلى للفئة الخامسة – الحد الأدنى للفئة الخامسة+١

=٩٩-٩٠+١=١٠